

Mechanika kwantowa – zestaw 2

1. Proszę przypomnieć model atomu Bohra, wyliczyć energie kwantyzacji poziomów energetycznych oraz wartość promienia Bohra a_0 . Proszę wyrazić je przy pomocy stałej struktury subtelnej $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$.
2. Hamiltonian atomu wodoru ma postać

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}.$$

Dla wygody wprowadzamy stałą struktury subtelnej $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$. Proszę znaleźć poprawkę do energii wynikającą z poprawki relatywistycznej do energii elektronu.

3. Proszę wyznaczyć poprawkę do energii atomu wodoru z powyższego zadania pochodzącą od oddziaływania spin-orbita

$$H' = \left(\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0}\right) \frac{1}{m^2 c^2} \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{L}}{r^3},$$

gdzie $\mathbf{S}$ to operator spinu dla elektronu, a $\mathbf{L}$ to operator orbitalnego momentu pędu. Proszę skorzystać z faktu, że Hamiltonian komutuje z operatorami $\mathbf{L}^2$, $\mathbf{S}^2$, $\mathbf{J}^2$ i J_z , gdzie $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$.

Przydatne całki w zadaniach ze strukturą subtelną atomu wodoru:

$$\langle nlm | \frac{1}{r} | nlm \rangle = \frac{1}{n^2 a_0},$$

$$\langle nlm | \frac{1}{r^2} | nlm \rangle = \frac{1}{(l + \frac{1}{2}) n^3 a_0^2},$$

$$\langle nlm | \frac{1}{r^3} | nlm \rangle = \frac{1}{l(l + \frac{1}{2})(l + 1) n^3 a_0^3},$$

gdzie a_0 to promień Bohra.

4. Korzystając z wyników poprzedniego zadania, proszę wyliczyć sumaryczną poprawkę wynikającą ze struktury subtelnej atomu wodoru.